

# 演習問題

## 第2回

第1問 複素数

$$z = \frac{\sqrt{3} - 1 + (\sqrt{3} + 1)i}{2}$$

を考える.

- (1) 複素数  $\frac{z}{1+i}$  の実部と虚部をそれぞれ求めよ.
- (2) 複素数  $z$  を極形式で表せ.
- (3)  $z^{12}$  の値を求めよ.

第2問  $a > 0, b > 2$  とする.  $t < \frac{a}{b-2}$  において, 関数  $f(t)$  を

$$f(t) = \frac{a - bt}{\sqrt{a - (b-2)t}}$$

で定める. いま, この関数に対して

$$\lim_{t \rightarrow 3/2} \frac{f(t)}{3 - 2t} = \sqrt{3}$$

が成り立つとする.

- (1)  $a, b$  の値を求めよ.
- (2)

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt \quad \left(0 < x < \frac{a}{b-2}\right)$$

とおく.  $F(x)$  を求めよ.

- (3) (2) の  $F(x)$  に対し,  $F(x) \geq 2$  となるような  $x$  の値の範囲を求めよ.

第3問  $I_n = \int_0^{\pi/2} \cos^n x dx$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) とおく. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $I_0$  および  $I_1$  の値を求めよ.
- (2)  $I_{n+2} = \frac{n+1}{n+2} I_n$  を示せ.
- (3)  $I_7 \times I_8$  を求めよ.