

演習問題

第3回

第1問 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して, 3つの数列 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ を次で定める.

$$a_{n+1} = 3a_n + 2b_n, \quad b_{n+1} = 4a_n + 5b_n, \quad a_1 = 2, \quad b_1 = 1, \quad c_n = a_n + b_n$$

- (1) c_{n+1} を c_n で表せ. また, $\{c_n\}$ の一般項を求めよ.
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.

第2問 関数 $y = \cos 3x - 6 \cos x$ ($0 \leq x < 2\pi$) を考える.

- (1) $t = \cos x$ とおくとき, y を t の式で表せ.
- (2) t の取りうる値の範囲を求めよ.
- (3) y の最大値と最小値を求めよ. また, それを与える x の値を求めよ.

第3問 実数定数 a, b に対し, $x = 1 - i$ を解に持つ3次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + 2 = 0$ (*) を考える.

- (1) a および b の値を求めよ.
- (2) 方程式 (*) の解をすべて求めよ.
- (3) 方程式 (*) の3つの解を α, β, γ とするとき, $\alpha + \beta, \beta + \gamma, \gamma + \alpha$ を解にもつ実数係数の3次方程式で, x^3 の係数が1であるものを求めよ.

第4問 a を正の定数とする. 曲線 $C: y = x^2$ と曲線 C 上の点 $A(a, a^2)$ を考える.

- (1) 点 A における曲線 C の接線と点 A で直交する直線 l の方程式を求めよ.
- (2) (1) の直線 l と曲線 C の交点のうち, 点 A でないものを点 B とする. 点 B の座標を a を用いて表せ.
- (3) (1) の直線 l と曲線 C に囲まれた領域の面積の最小値と, そのときの a の値を求めよ.